令和８年度　公立学校教員採用候補者選考試験問題

数　　学

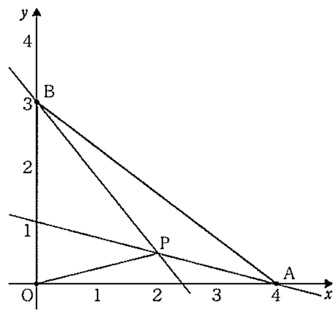
注意　答はすべて解答用紙の解答欄に記入すること。
第２問題以降は解法の過程も書くこと。

第１問題　次の問に答えよ。

問１　$\sqrt{92}$ の整数部分を a、小数部分を b とする。このとき、$(a+2b)^2-(a+b)^2-2b^2$ の値を求めよ。

問２　周の長さが一定である長方形の面積は、その長方形が正方形のときに面積が最大となることを説明せよ。

問３　Ｏ(０，０)、Ａ(４，０)、Ｂ(０，３)を頂点とする△ＯＡＢの内部に点Ｐをとり、△ＰＯＡ、△ＰＡＢ、△ＰＯＢの面積比が１：２：３となるようにしたい。点Ｐの座標を求めよ。

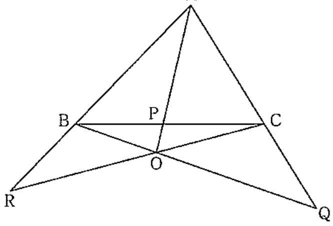


問４　6^{20} は何桁の数か求めよ。ただし、$\log_{10}2=0.3010$、$\log_{10}3=0.4771$ とする。

問５　下の図で、線分の長さの比がＡＢ：ＢＲ＝２：１、ＡＣ：ＣＱ＝３：２のとき、次の線分の長さの比を最も簡単な整数比を用いて表せ。

（１）ＢＰ：ＰＣ

（２）ＡＰ：ＰＯ



問６　Ａ(０，０)、Ｂ(２，４)、Ｃ(６，０)を頂点とする△ＡＢＣについて、次の問に答えよ。

（１）△ＡＢＣについて重心Ｇの座標は $\boxed{①}$、外心Ｏの座標は $\boxed{②}$、垂心Ｈの座標は $\boxed{③}$ である。①～③にあてはまる座標を求めよ。

（２）３点Ｇ、Ｏ、Ｈは一直線上にあることを示し、その直線の方程式を求めよ。

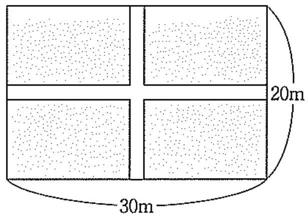
次の第２問題、第３問題、第４問題は受験校種別の問題である。
・中学校・特別支援学校受験者はⅠ［中学校・特別支援学校受験者］を解答すること。
・高等学校受験者はⅡ［高等学校受験者］を解答すること。

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第２問題　次の問に答えよ。

問１　ある生徒が、次の問題を以下のように解いた。

右の図のような、縦の長さが 20 m、横の長さが 30 m の長方形の土地に、同じ幅の通路を２本つくり、残りを花壇にする。ただし通路は、右の図のように、長方形の土地の縦と横に平行なものを作るようにする。花壇の面積が長方形の土地の $\frac{5}{6}$ 倍となるようにするには、通路の幅を何mにすればよいか。



（生徒の解答）

通路の幅を x m とする。

花壇の面積が長方形の土地の $\frac{5}{6}$ 倍となるようにするので、

$(20-x)(30-x)=20\times 30\times \frac{5}{6}$

$(20-x)(30-x)=500$

$x^2-50x+100=0$

$x=25\pm\sqrt{25^2-100}=25\pm\sqrt{525}=25\pm 5\sqrt{21}$　　よって　通路の幅　$25\pm 5\sqrt{21}$ m（答え）

この解答は誤答であるが、なぜこのような誤答になったか理由を述べよ。また、この問題の正答をかけ。

問２　確率の学習内容について、ある生徒が次のような質問をしてきた。

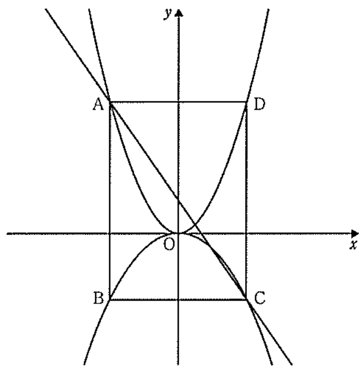
１枚の硬貨を２回投げるとき、起こりうるすべての場合が、①２回とも表が出る場合、②表と裏が１回ずつ出る場合、③２回とも裏が出る場合なので、それぞれが起こる確率は $\frac{1}{3}$ だと思うのですが、･･･

この考え方のどこに誤りがあるのかを生徒自身に気づかせるためには、どのような指導法があるか。指導例を２つ示せ。

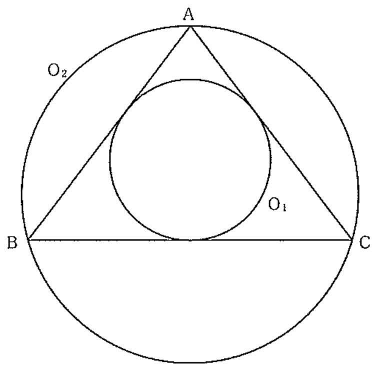
Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第３問題　次の問に答えよ。

問１　下の図のように、関数 $y = x^2$ のグラフ上に２点Ａ、Ｄを、関数 $y = -\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上に２点Ｂ、Ｃをとり、長方形ＡＢＣＤを作ったところ、辺ＡＢの長さが辺ＡＤの長さの２倍となった。このとき、２点Ａ、Ｃを通る１次関数のグラフの y 切片を求めよ。



問２　下の図のようにＡＢ＝ＡＣである二等辺三角形ＡＢＣがあり、その内接円を O_1、外接円を O_2 とする。点Ａから辺ＢＣに垂線を下ろし、その垂線と辺ＢＣの交点をＨとする。ＢＨ：ＡＨ＝３：４であるとき、円 O_2 の半径は円 O_1 の半径の何倍であるか求めよ。



Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第４問題　次の問に答えよ。

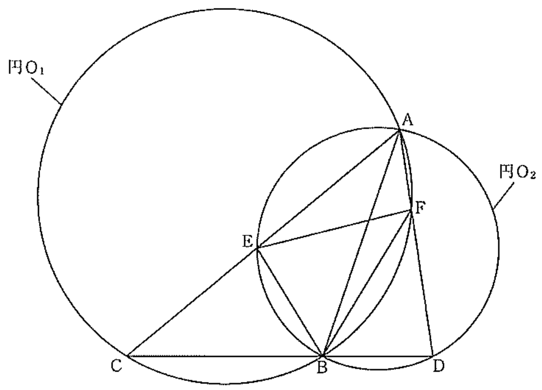
問１　あるテレビ塔Ａの先端までの高さを調べるために、Ａの先端の真下から真南に位置するＰ地点からＡの先端を見上げたときの仰角が30度であった。また、Ｐ地点を通るまっすぐな道路を150ｍ歩いてＡの先端の真下から真東に位置するＱ地点まで行ってＡの先端を見上げたときの仰角が45度であった。Ａが立っている真下の地点、Ｐ地点、Ｑ地点はいずれも同じ標高であり、測定する人の身長は考えないものとするとき、テレビ塔Ａの高さを求めよ。

問２　下の図のように、異なる２点Ａ、Ｂで交わる２つの円O_1、O_2があり、点Ｂを通る直線と円O_1、O_2との交点をそれぞれＣ、Ｄとする。また、円O_2と線分ＡＣとの交点をＥ、円O_1と線分ＡＤとの交点をＦとする。

ＡＣ＝12、ＡＤ＝8、ＣＤ＝10、線分ＡＢが∠ＣＡＤの二等分線であるとき、次の問に答えよ。

（１）ＣＢ、ＣＥの長さをそれぞれ求めよ。

（２）△ＥＢＦの面積は△ＡＣＤの面積の何倍か求めよ。



Ⅱ［高等学校受験者］

第2問題　次の問に答えよ。

問1　複素数zは、方程式$|z-1|=3$を満たし、かつz^2が実数である。このときzをすべて求めよ。

Ⅱ［高等学校受験者］

問２　太郎さんは、次の①、②の問題を解いた。

① $2^{\frac{1}{2}}$、$4^{\frac{1}{4}}$、$8^{\frac{1}{8}}$ の大小を比較せよ。

② $\sqrt{2}$、$\sqrt[3]{3}$、$\sqrt[6]{6}$ の大小を比較せよ。

太郎さんは、①の問題は正解できたが、②の問題は①の問題と同じ考え方では解けなかったので、あなた（先生）のところに質問に来た。次の問に答えよ。

（１）太郎さんが①と②の違いを理解するためには、どのような助言をすればよいか。

（２）②を解け。

Ⅱ［高等学校受験者］

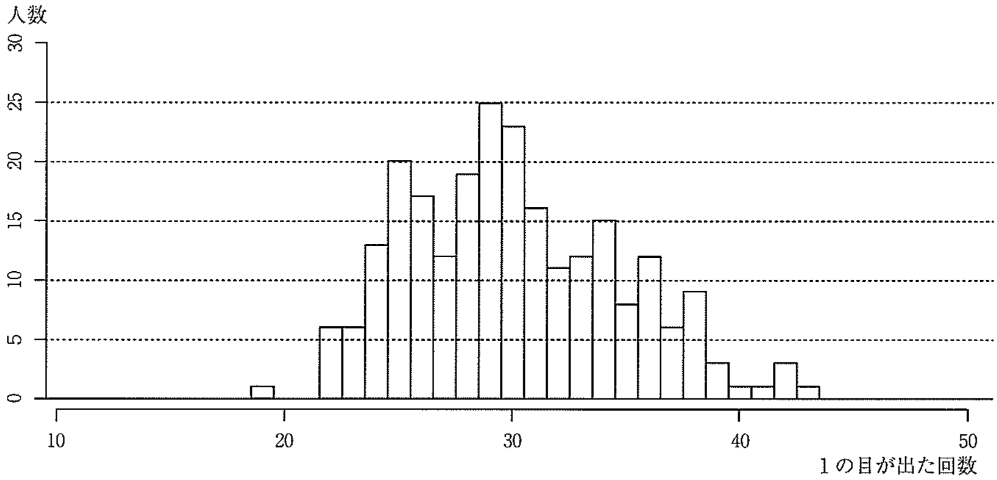
第3問題　次の問に答えよ。

問1　花子さんが持っているサイコロは、180回投げて1の目が40回出た。花子さんの考えでは、サイコロを1回投げたときに1の目が出る確率が$\frac{1}{6}$なので、サイコロを180回投げれば1の目が平均30回出ると考え、自分が持っているサイコロは、普通のサイコロよりも1の目が出やすいサイコロであると考えた。

そこで花子さんは、クラスメイトと先生に協力してもらい、正しく作られているサイコロを180回投げて1の目が何回出たのかというデータをのべ240人分集めることにした。

クラス全員で議論した結果、「のべ240人のデータから1の目が出た回数を多い方から5％の人数分だけ抽出し、花子さんが1の目を出した回数である40回がその5％以内に入っているか、または40回が240人分のデータの最大回数より多い回数であれば花子さんのサイコロは1の目が出やすいと判断する」ということなった。その後、実験を行ってデータを集め、のべ240人分の実験結果を以下のようなヒストグラムにまとめてみた。

この結果から、花子さんのサイコロが1の目が出やすいサイコロであるかどうかについて、授業の中でどのように判断すればよいか。



問2　変量の変換について、次の問に答えよ。

（1）変量xのn個のデータx_1、x_2、…、x_nの平均値をm、分散をs^2とする。a、bを定数とし、変量xを$z = ax + b$によって変量zに変換したとき、zの平均値と分散を求めよ。この問については解答の過程は書かなくてもよい。

（2）変量xと変量yのn個の対のデータ$(x_1,\ y_1)$、$(x_2,\ y_2)$、…、$(x_n,\ y_n)$の相関係数をrとする。a、cは正の定数、b、dは任意の定数とし、$z = ax + b$、$u = cy + d$によって変量xを変量zに、変量yを変量uに変換するとき、変量zと変量uの相関係数を求めよ。ただし、変量x、yの平均値をm_x、m_y、分散をs_x^2、s_y^2、変量z、uの平均値をm_z、m_u、分散をs_z^2、s_u^2とし、変量xとyの共分散をs_{xy}、変量zとuの共分散をs_{zu}とする。なお、解答の際には（1）の結果を用いてもよい。

Ⅱ［高等学校受験者］

第4問題　次の問に答えよ。

問1　関数$y = \sin x$の導関数を、導関数の定義にしたがって求めよ。ただし、$\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{\sin h}{h} = 1$とする。

問2　$a > 0$とするとき、関数$y = \log ax$のグラフを曲線C、原点Oを通って曲線Cに接する直線をℓ、曲線Cと直線ℓとの接点をTとする。直線ℓ、曲線C、x軸によって囲まれた領域をS_1とし、曲線C、x軸、Tを通ってy軸と平行な直線で囲まれた領域をS_2とする。S_1をx軸のまわりに1回転してできる立体の体積をV_1、S_2をx軸のまわりに1回転してできる立体の体積をV_2とするとき、$\dfrac{V_2}{V_1}$の値は一定であることを証明せよ。